Determinantes de 2 x 2:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}\,a_{22} \; - \; a_{12}\,a_{21}$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 9 \end{vmatrix} = 18 - 20 = -2$$

Determinantes de 3 x 3: se aplica la Regla de Sarrus:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \left(a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{32}a_{21}\right) - \left(a_{13}a_{22}a_{31} + a_{12}a_{21}a_{33} + a_{11}a_{32}a_{23}\right)$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & -2 & 0 \end{vmatrix} = \left[1*(-1)*0 + 3*4*3 + 5*2*(-2)\right] - \left[5*(-1)*3 + 3*2*0 + 1*4*(-2)\right]$$

$$= (0 + 36 - 20) - (-15 + 0 - 8) = 16 + 23 = 39$$

Determinantes de 4 x 4:

Cuando el determinante es de 4 x 4, se reduce a uno de 3 x 3 para luego poder aplicar la regla de Sarrus. Para ello hay que conseguir tener en una fila (o columna) o todos los elementos cero menos uno. Esto lo conseguiremos sumando o restando a una fila (o columna) otra multiplicada por un numero. Una vez hecho esto, el determinante sera igual al producto del elemento que nos ha quedado diferente de cero por su adjunto correspondiente.

Adjunto: $A_{ij} = (-1)^{i+j}$ x determinante que resulta de suprimir la fila i y la columna j.

Ejemplo de resolución de un determinante de 4 x 4:

$$4 \times 4 \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 & -4 \\ -3 & 0 & -3 & 2 \\ 5 & 8 & 6 & -1 \\ 2 & 5 & 4 & 3 \end{vmatrix} \begin{matrix} F_2 + 2\,F_3 \\ = \end{matrix} \begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 & -4 \\ 7 & 16 & 9 & 0 \\ 5 & 8 & 6 & -1 \\ 2 & 5 & 4 & 3 \end{vmatrix} \begin{matrix} F_1 - 4\,F_3 \\ = \end{matrix} \begin{vmatrix} -19 & -29 & -19 & 0 \\ 7 & 16 & 9 & 0 \\ 5 & 8 & 6 & -1 \\ 2 & 5 & 4 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\begin{matrix} F_4 + 3\,F_3 \\ = \end{matrix} \begin{vmatrix} -19 & -29 & -19 & 0 \\ 7 & 16 & 9 & 0 \\ 5 & 8 & 6 & -1 \\ 17 & 29 & 22 & 0 \end{vmatrix} = (-1)\,(-1)^{3+4} \begin{vmatrix} -19 & -29 & -19 \\ 7 & 16 & 9 \\ 17 & 29 & 22 \end{vmatrix} = (-1)\,(-1)^{3+4}\,(-389) = -389$$

Propiedades de los determinantes:

- si un determinante tiene dos filas iguales (o columnas) o proporcionales º el determinantes es igual a cero.
- si dos filas (o columnas) de un determinante son combinación lineal º el determinante es igual a cero.
- si todos los elementos por encima o debajo de la diagonal principal de un determinante son nulos º el determinante es igual al producto de los elementos de la diagonal principal.
- si en un determinante todos los elementos de una fila (o columna) son cero º el determinante es igual a cero.
- si a una fila (o columna) le sumas o restas otra multiplicada por un numero º el determinante no varia.
- el determinante de la matriz traspuesta de una matriz A cuadrada es igual al determinante de la matriz A.