

Teorema de Bolzano: Si $f(x)$ es una función continua en $[a,b]$ y el signo de $f(a)$ es distinto del de $f(b)$, entonces existe un punto x_0 perteneciente al intervalo (a,b) tal que $f(x_0) = 0$.

Teorema de los valores intermedios: Si $f(x)$ es una función continua en $[a,b]$ y λ es un número comprendido entre $f(a)$ y $f(b)$, entonces existe un punto x_0 perteneciente al intervalo (a,b) tal que $f(x_0) = \lambda$.

Si $f(x)$ es una función continua en $[a,b]$, entonces existe un punto x_0 perteneciente al intervalo $[a,b]$, tal que para todo x de $[a,b]$ se verifica que $f(x) \neq f(x_0)$.

Si $f(x)$ es continua en $[a,b]$ existen dos números x_1 y x_2 en $[a,b]$ tales que $f(x_2) \neq f(x) \neq f(x_1)$ para todo x perteneciente $[a,b]$.

Teorema de Rolle: Sea $f(x)$, una función continua en $[a,b]$ y derivable en (a,b) . Si $f(a) = f(b)$ existe un punto x_0 perteneciente al intervalo (a,b) , tal que $f'(x_0) = 0$.

Teorema del valor medio o de Lagrange o de los incrementos finitos: Si $f(x)$ es una función continua en $[a,b]$ y derivable en (a,b) , existe un punto x_0 perteneciente al intervalo (a,b) , tal que:

$$f'(x_0) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

Teorema de Cauchy: Sean $f(x)$ y $g(x)$, dos funciones continuas en $[a,b]$ y derivables en (a,b) . Si $g'(x)$ es distinto de cero en (a,b) , existe un punto x_0 perteneciente al intervalo (a,b) , tal que:

$$\frac{f'(x_0)}{g'(x_0)} = \frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)}$$

Regla de L'Hopital: Sean $f(x)$ y $g(x)$ dos funciones continuas y derivables en un entorno reducido de a . Si se cumple que $g'(x) \neq 0$ en ese entorno y además:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0 \quad \text{o bien:} \quad \lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \infty$$

$$\text{Existe: } \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)} = L$$

Entonces existe también el límite: $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ y se cumple:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Polinomio de Taylor: sea una función con derivada n-esima continua en un intervalo que contiene al punto a, entonces se verifica que:

$$f(x) \approx f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \frac{f'''(a)}{3!}(x-a)^3 + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n + T_n$$

Siendo T_n , el término del error:

$$T_n = \frac{f^{(n+1)}[a + \theta(x-a)]}{(n+1)!}(x-a)^{n+1} \Rightarrow \forall \theta \in [0,1]$$

Cuando $a = 0$ ° Mc Laurin.