VECTORES:

Para formar un vector necesitamos dos puntos. Dados $A(x_1,y_1,z_1)$ y $B(x_2,y_2,z_2)$, definimos el vector v como: $\vec{v} = \overrightarrow{AB} = \left(v_x, v_y, v_z\right) = \left(x_2 - x_1,\ y_2 - y_1,\ z_2 - z_1\right)$. Donde v_x es la componente x del vector v, v_y es la componente y del vector v y v_z es la componente z del vector v.

El **modulo** de v es: *v*, y representa la longitud de la semirecta AB: $*v* \ ' \ \sqrt{v_x^2 \ \% \ v_y^2 \ \% \ v_z^2}$

Vector unitario es aquel que tiene por modulo 1. Para convertir un vector en unitario, se divide cada componente del vector, por su modulo.

Operaciones con vectores:

La **suma o resta** de dos vectores u y v es: $u \pm v = (u_x \pm v_x, u_y \pm v_y, u_z \pm v_z)$.

El **producto de un vector v por un escalar α**: $\alpha \cdot v = (\alpha v_x, \alpha v_y, \alpha v_z)$.

Producto escalar de dos vectores u y v: $u \cdot v = u_x v_x + u_y v_y + u_z v_z$ = *u* *v* cosα. Donde α es el ángulo que forman los vectores u y v.

Proyección del vector u sobre el vector v: $\text{proy}_{\vec{u} \text{ sobre } \vec{v}} = |\vec{u}| \cos\alpha = \dfrac{\vec{u}\,\vec{v}}{|\vec{v}|}$

Producto vectorial de dos vectores u y v: es otro vector de modulo *u v v* y cuya dirección es perpendicular al plano formado por los vectores u y v:

$$\vec{u} \wedge \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ u_x & u_y & u_z \\ v_x & v_y & v_z \end{vmatrix}$$

El **ángulo α formado por dos vectores** u y v es: $\cos\alpha = \dfrac{\vec{u}\,\vec{v}}{|\vec{u}|\,|\vec{v}|} = \dfrac{u_x v_x + u_y v_y + u_z v_z}{|\vec{u}|\,|\vec{v}|}$

Dos vectores u y v son:

paralelos α = 0° $\dfrac{u_x}{v_x} = \dfrac{u_y}{v_y} = \dfrac{u_z}{v_z}$

perpendiculares α = 90° $u \cdot v = u_x v_x + u_y v_y + u_z v_z = 0$

RECTA:

Una recta esta formada por: un punto perteneciente a la recta P_o (x_o,y_o,z_o) y un vector paralelo o contenido en ella, v (v_x, v_y,v_z). Las formas en que podemos expresar una recta son:

Ec. vectorial: $(x,y,z) = (x_o,y_o,z_o) + \lambda (v_x, v_y,v_z)$

Ec. parametrica:
$$\begin{aligned} x &= x_o + \lambda v_x \\ y &= y_o + \lambda v_y \\ z &= z_o + \lambda v_z \end{aligned}$$

Ec. continua: $\dfrac{x - x_0}{v_x} = \dfrac{y - y_0}{v_y} = \dfrac{z - z_0}{v_z}$

Dos rectas r_1 y r_2 son paralelas cuando: el vector de la recta r_1 es paralelo al vector de la recta r_2. Dos rectas r_1 y r_2 son perpendiculares cuando: el vector de la recta r_1 es perpendicular al vector de la recta r_2.

El ángulo que forman las rectas r_1 y r_2 es igual: al ángulo que forman el vector de la recta r_1 con el vector de la recta r_2.

PLANO:

Un plano π esta formado por: un punto perteneciente al plano, P_o (x_o,y_o,z_o) y dos vectores paralelos o contenidos en el plano: v (v_x, v_y,v_z) y u (u_x, u_y,u_z). Las formas en que podemos expresar un plano son:

Ec. vectorial: $(x,y,z) = (x_o,y_o,z_o) + \lambda (v_x, v_y,v_z) + \mu (u_x, u_y,u_z)$

Ec. parametrica:
$$\begin{aligned} x &= x_o + \lambda v_x + \mu u_x \\ y &= y_o + \lambda v_y + \mu u_y \\ z &= z_o + \lambda v_z + \mu u_z \end{aligned}$$

Ec. general: $\begin{vmatrix} x - x_o & y - y_o & z - z_o \\ v_x & v_y & v_z \\ u_x & u_y & u_z \end{vmatrix} = 0$, $Ax + By + Cz + D = 0$

Donde a (A,B,C) se le llama vector director del plano π y es perpendicular a el.

Dos planos π_1 y π_2 son paralelos cuando: el vector del plano π_1 es paralelo al vector del plano π_2. Dos planos π_1 y π_2 son perpendiculares cuando: el vector del plano π_1 es perpendicular al vector del plano π_2.

El ángulo que forman los planos π_1 y π_2 es igual: al ángulo que forman el vector del plano π_1 con el vector del plano π_2

INCIDENCIA:

2 rectas r_1 y r_2	
coincidentes	vector $v_{recta\ 1}$ es paralelo al vector $v_{recta\ 2}$. determinante formado por el vector $v_{recta\ 1}$, vector $v_{recta\ 2}$ y el vector formado por los puntos Pr_1 y Pr_2 es igual a 0.
paralelas	vector $v_{recta\ 1}$ es paralelo al vector $v_{recta\ 2}$. determinante formado por el vector $v_{recta\ 1}$, vector $v_{recta\ 2}$ y el vector formado por los puntos Pr_1 y Pr_2 es distinto de 0.
se cortan	vector $v_{recta\ 1}$ no es paralelo al vector $v_{recta\ 2}$. determinante formado por el vector $v_{recta\ 1}$, vector $v_{recta\ 2}$ y el vector formado por los puntos Pr_1 y Pr_2 es igual a 0.
se cruzan	vector $v_{recta\ 1}$ no es paralelo al vector $v_{recta\ 2}$. determinante formado por el vector $v_{recta\ 1}$, vector $v_{recta\ 2}$ y el vector formado por los puntos Pr_1 y Pr_2 es distinto de 0.

2 planos π_1 y π_2	
coincidentes	$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{D_1}{D_2}$
paralelos	$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} \neq \frac{D_1}{D_2}$
se cortan	el resto de los casos.

plano π y recta r	
recta contenida en el plano	P_{recta} 0 plano π. v_{recta} paralelo al plano π ¸ v_{recta} perpendicular al v_{plano}
recta paralela al plano	P_{recta} no 0 plano π. v_{recta} paralelo al plano π ¸ v_{recta} perpendicular al v_{plano}
recta secante al plano	v_{recta} no paralelo al plano π ¸ v_{recta} no perpendicular al v_{plano}

DISTANCIAS:

2 puntos P_1 (x_1,y_1,z_1) y P_2 (x_2,y_2,z_2)	$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$
punto P_o (x_o,y_o,z_o) y plano π	$d = \left\lvert \dfrac{A x_0 + B y_0 + C z_0 + D}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \right\rvert$
2 planos paralelos π_1 y π_2	se coge un punto P_1 0 al π_1 y se hace la distancia entre P_1 y π_2
punto P_o (x_o,y_o,z_o) y recta r	$d = \dfrac{\left\lvert \vec{v}_{recta} \wedge \overrightarrow{P_0P}_{recta} \right\rvert}{\lvert \vec{v}_{recta} \rvert}$
2 rectas paralelas r_1 y r_2	se coge un punto P_1 0 a r_1 y se hace la distancia entre P_1 y r_2
2 rectas que se cruzan	$d = \dfrac{\lvert \text{det formado por } v_{recta\,1},\ v_{recta\,2} \text{ y vector formado por } P_{recta\,1} \text{ y } P_{recta\,2} \rvert}{\lvert \vec{v}_{recta\,1} \wedge \vec{v}_{recta\,2} \rvert}$

ANGULOS:

2 rectas r_1 y r_2	¸	$v_{recta\,1}$ y $v_{recta\,2}$
2 planos π_1 y π_2	¸	$v_{plano\,1}$ y $v_{plano\,2}$
plano π y recta r	¸	90º - ángulo de v_{plano} y v_{recta}

GEOMETRÍA:

área de un triangulo formado por los puntos: P_1 (x_1,y_1,z_1), P_2 (x_2,y_2,z_2) y P_3 (x_3,y_3,z_3)	$A = \dfrac{1}{2} \left\lvert \overrightarrow{P_1P_2} \wedge \overrightarrow{P_1P_3} \right\rvert$
área de un paralelogramo	2 área del triangulo
volumen de un paralelepípedo formado por los puntos: P_1 (x_1,y_1,z_1), P_2 (x_2,y_2,z_2), P_3 (x_3,y_3,z_3) y P_4 (x_4,y_4,z_4)	$V = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \\ x_4 & y_4 & z_4 & 1 \end{vmatrix}$
volumen de un tetraedro formado por los puntos: P_1 (x_1,y_1,z_1), P_2 (x_2,y_2,z_2), P_3 (x_3,y_3,z_3) y P_4 (x_4,y_4,z_4)	1/6 del volumen del paralelepípedo