Dada una función f(x) decimos que es continua en el punto x=a, cuando se cumple:

- existe f(a)
- existe $\lim_{x\to a^-} f(x)$ y $\lim_{x\to a^+} f(x)$
- $\lim_{x\to a^-} f(x) = \lim_{x\to a^+} f(x) = \lim_{x\to a} f(x) = f(a)$

En caso contrario, la función sera discontinua en el punto x=a.

Para que una función sea continua en un intervalo [a,b], lo tiene que ser en todos los puntos de ese intervalo. Con que en uno solo de ellos, sea discontinua, lo sera también en todo el intervalo [a,b].

$$\text{Tipos de discontinuidad: } \begin{cases} -\text{ evitables} \Rightarrow \begin{cases} \text{no existe } f(a) \\ \text{existe } \lim_{x\to a^-} f(x) \text{ y } \lim_{x\to a^+} f(x) \\ \lim_{x\to a^-} f(x) = \lim_{x\to a^+} f(x) = \lim_{x\to a} f(x) \end{cases} \\ -\text{ de } 1^a \text{ especie} \Rightarrow \begin{cases} \text{existe } f(a) \\ \text{existe } \lim_{x\to a^-} f(x) \text{ y } \lim_{x\to a^+} f(x) \\ \lim_{x\to a^-} f(x) \neq \lim_{x\to a^+} f(x) \end{cases} \\ -\text{ de } 2^a \text{ especie} \Rightarrow \text{no existe } \lim_{x\to a^-} f(x),\ \lim_{x\to a^+} f(x) \end{cases}$$

Derivabilidad:

Para que una función f(x) sea derivable en el punto x=a se tiene que cumplir:

- f(x) ha de ser continua en el punto x=a. Si una función no es continua en un punto, tampoco es derivable en ese punto. Pero el que sera continua en un punto no implica necesariamente que sea derivable en él.

- existe $\lim_{h\to 0^-} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ y $\lim_{h\to 0^+} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$

$$\lim_{h\to 0^-} \frac{f(a+h)-f(a)}{h} = \lim_{h\to 0^+} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$