Indeterminaciones: $\frac{0}{0}$ $\infty - \infty$ 1^{∞} $\frac{\infty}{\infty}$

Limites cuando x º 4

Limite de un cociente de dos polinomios: indeterminación del tipo $\frac{\infty}{\infty}$

$$\lim_{x\to\infty}\left[\frac{P_x}{Q_x}\right]=\begin{cases} 0 \Rightarrow \text{grado del numerador} < \text{grado del denominador} \\ \infty \Rightarrow \text{grado del numerador} > \text{grado del denominador} \\ L \Rightarrow \text{grado del numerador} = \text{grado del denominador} \Rightarrow \dfrac{\text{coeficiente de mayor grado del numerador}}{\text{coeficiente de mayor grado del denoiminador}} \end{cases}$$

Limite del tipo 4 - 4: en un limite cuando x tiende a 4, cuando tenemos dos raices restandose, se produce una indeterminacion del tipo 4 - 4. Para resolverlo, se multiplica y divide por el conjugado. Ejemplo:

$$\lim_{x\to\infty}\left[\sqrt{x^2+4x}-\sqrt{x^2+5}\right]=\infty-\infty=\lim_{x\to\infty}\frac{\left[\sqrt{x^2+4x}-\sqrt{x^2+5}\right]\left[\sqrt{x^2+4x}+\sqrt{x^2+5}\right]}{\sqrt{x^2+4x}+\sqrt{x^2+5}}=\lim_{x\to\infty}\frac{(x^2+4x)-(x^2+5)}{\sqrt{x^2+4x}+\sqrt{x^2+5}}==\lim_{x\to\infty}\frac{4x-5}{\sqrt{x^2+4x}+\sqrt{x^2+5}}=\frac{4}{\sqrt{1}+\sqrt{1}}=2$$

Limites cuando x º a

Limite de un cociente de dos polinomios: indeterminación del tipo $\frac{0}{0}$. Hacemos Ruffini para simplificar. Ejemplo:

$$\lim_{x\to-1}\frac{x^3+x^2+x+1}{x^2-1}=\frac{0}{0}=\lim_{x\to-1}\frac{(x+1)(x^2+1)}{(x-1)(x+1)}=\lim_{x\to-1}\frac{(x^2+1)}{(x-1)}=\frac{2}{-2}=-1$$

<u>Limite del tipo $\frac{0}{0}$ con raíz restando</u>:. Para resolverlo, se multiplica y divide por el conjugado. Ejemplo:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\left[\sqrt{x^2+4}-2\right]}{x}=\frac{0}{0}=\lim_{x\to 0}\frac{\left[\sqrt{x+4}-2\right]}{x}\frac{\left[\sqrt{x+4}+2\right]}{\left[\sqrt{x+4}+2\right]}=\lim_{x\to 0}\frac{x+4-4}{x\left[\sqrt{x+4}+2\right]}=\lim_{x\to 0}\frac{x}{x\left[\sqrt{x+4}+2\right]}=\lim_{x\to 0}\frac{1}{\left[\sqrt{x+4}+2\right]}=\frac{1}{4}$$

Limite de una exponencial

$$\lim\left[\text{base}^{\exp}\right]=\left[\lim\ \text{base}\right]^{\lim\ \exp}\ \Rightarrow\begin{cases}L\Rightarrow\ \text{no hay indeterminacion}\\ \text{indeterminacion: } 1^{\infty}\Rightarrow \text{numero } e\end{cases}$$

Ejemplos:

$$\lim_{x\to 1}\left[\frac{x+3}{x}\right]^{x^2}=\left[\frac{4}{1}\right]^{1}=4$$

$$\lim_{x\to 2}\left[\frac{x+2}{2x}\right]^{\frac{1}{x^2-4}}=1^{\infty}=\lim_{x\to 2}\left[1+\frac{x+2}{2x}-1\right]^{\frac{1}{x^2-4}}=\lim_{x\to 2}\left[1+\frac{x+2-2x}{2x}\right]^{\frac{1}{x^2-4}}=\lim_{x\to 2}\left[1+\frac{2-x}{2x}\right]^{\frac{1}{x^2-4}}=\lim_{x\to 2}\left[1+\frac{1}{\frac{2x}{2-x}}\right]^{\frac{1}{x^2-4}}=\lim_{x\to 2}\left[\left[1+\frac{1}{\frac{2x}{2-x}}\right]^{\frac{2x}{2-x}}\right]^{\frac{2-x}{2x}\frac{1}{x^2-4}}=$$

$$=e^{\lim\limits_{x\to 2}\left[\frac{-(x-2)}{2x}\frac{1}{(x+2)(x-2)}\right]}=e^{\lim\limits_{x\to 2}\left[\frac{-1}{2x}\frac{1}{(x+2)}\right]}=e^{\frac{-1}{16}}$$

$$\lim_{x\to\infty}\left[\frac{x+2}{x}\right]^{\frac{x^2-4}{x-1}}=1^{\infty}=\lim_{x\to\infty}\left[1+\frac{x+2}{x}-1\right]^{\frac{x^2-4}{x-1}}=\lim_{x\to\infty}\left[1+\frac{2}{x}\right]^{\frac{x^2-4}{x-1}}=\lim_{x\to\infty}\left[1+\frac{1}{\frac{x}{2}}\right]^{\frac{x^2-4}{x-1}}=\lim_{x\to\infty}\left[\left[1+\frac{1}{\frac{x}{2}}\right]^{\frac{x}{2}}\right]^{\frac{2}{x}\frac{x^2-4}{x-1}}==e^{\lim\limits_{x\to\infty}\left[\frac{2}{x}\frac{x^2-4}{x-1}\right]}=e^{\lim\limits_{x\to\infty}\left[\frac{2x^2-8}{x^2-x}\right]}=e^{2}$$